

1.- Calcular los siguientes límites

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1+n^2}} + \frac{1}{\sqrt{2+n^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n+n^2}} \right),$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{n^2+3} \right)^{\frac{5}{4+\ln n^2}}.$

2.- Estudiar el radio y el campo de convergencia de la siguiente serie de potencias

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n2^n}.$$

3.- Dada la función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3-y^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Se pide:

- a) Estudiar la diferenciabilidad de $f(x,y)$ en el $(0,0)$.
- b) Calcular la derivada direccional de $f(x,y)$ en $(0,0)$ según el vector $[1/\sqrt{5}, 2/\sqrt{5}]$.
- c) Obtener, si existe, la ecuación del plano tangente en $(0,0,0)$.

4.- Dada la función $f(x,y) = x - y$, obtener, si existen, el máximo y el mínimo absoluto en el conjunto $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2\}$.

5.- Calcular las integral dobles.

a) $\iint_A xy \, dx dy$, siendo $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x}{2} \leq y \leq x \text{ con } 1 \leq x \leq 2\}$.

b) $\iint_B e^{-(x^2+y^2)} \, dx dy$, con $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.